

## 4. Aufgabenblatt: Analysis 1

Lehrkräfteweiterbildung, 13 Q, 13 R, Sommer 2024

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

**Aufgabe 4.1** Untersuchen Sie folgende Folgen auf Konvergenz oder bestimmte Divergenz, und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

$$a_n = \frac{n^3}{2^n} + \frac{15n^2 - 7}{3n^2 + 10n}, \quad b_n = \frac{\sqrt[3]{3} n}{2n - 1}, \quad c_n = \frac{n^3}{3n^2 - 1} - \frac{2n^2 - 3}{4n + 1}, \quad d_n = \frac{2^n + 3^n}{5^n}$$

**Aufgabe 4.2** Zeigen Sie, dass für je zwei  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a, b \geq 0$  folgendes gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = \max\{a, b\}$$

Bemerkung: Eine entsprechende Aussage gilt für je endlich viele  $a_1, \dots, a_k \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ .

**Aufgabe 4.3** Zeigen Sie: folgende Folge  $(a_n)_n$  konvergiert und hat den Grenzwert  $\frac{1}{2}$ .

$$a_n = \sqrt{n^2 + n} - n$$

*Hinweis:* Umformen nach dem Schema  $x - y = \frac{x^2 - y^2}{x + y}$ .

**Aufgabe 4.4** Untersuchen Sie folgende Folge  $(a_n)_n$  auf Monotonie und Beschränktheit.

$$a_n = \frac{3n + 2}{n + 5}$$